PCSI 1 — 2025/2026

Programme de colles

Semaine 7 du 10 novembre au 14 novembre

Cours :

- **Chapitre 7 : Nombres complexes**
  - I Ensemble des nombres complexes
  - II Module
  - III Nombres complexes de module 1 et trigonométrie
  - IV Argument d'un nombre complexe non nul
  - V Equations algébriques
  - VI Racines n-ièmes
  - VII Exponentielle complexe
  - VIII Dérivation d'une fonction complexe d'une variable réelle
  - IX Interprétation géométrique des nombres complexes
- **Chapitre 8 : Primitives**
  - I Calcul de primitives
  - II Intégration par parties et changement de variable
  - III Fractions rationnelles

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Ensemble des racines n-ièmes de l'unité *(ch7, proposition 29)*

Q_2 : Intégration par parties et changement de variable *(ch8, propositions 4 et 5)*

T_1 : *Ch8, exemple 9*

Soit $n \in \mathbb{N}$, on définit l'intégrale de Wallis par :

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx.$$

Calculer I_n.

T_2 : *Ch8, exemple 17*

(a) Montrer que :

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}, \sin x = \frac{2\tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1+\tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$

(b) Calculer :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\sin x}.$$

T_3 : *Ch8, exemple 19*

Montrer que :

$$\exists a, b \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, \frac{x^3}{x^2+2x+2} = x - 2 + \frac{ax+b}{x^2+2x+2}.$$

En déduire les primitives de la fonction suivante :

$$x \mapsto \frac{x^3}{x^2+2x+2}.$$

PCSI 1 **Programme de colles** 2025/2026

Semaine 7 du 10 novembre au 14 novembre

Cours :

- **Chapitre 7 : Nombres complexes**
  - I Ensemble des nombres complexes
  - II Module
  - III Nombres complexes de module 1 et trigonométrie
  - IV Argument d'un nombre complexe non nul
  - V Equations algébriques
  - VI Racines n-ièmes
  - VII Exponentielle complexe
  - VIII Dérivation d'une fonction complexe d'une variable réelle
  - IX Interprétation géométrique des nombres complexes
- **Chapitre 8 : Primitives**
  - I Calcul de primitives
  - II Intégration par parties et changement de variable
  - III Fractions rationnelles

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Ensemble des racines n-ièmes de l'unité *(ch7, proposition 29)*

Q_2 : Intégration par parties et changement de variable *(ch8, propositions 4 et 5)*

T_1 : *Ch8, exemple 9*

Soit $n \in \mathbb{N}$, on définit l'intégrale de Wallis par :

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx.$$

Calculer I_n.

T_2 : *Ch8, exemple 17*

(a) Montrer que :

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}, \sin x = \frac{2\tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1+\tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$

(b) Calculer :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\sin x}.$$

T_3 : *Ch8, exemple 19*

Montrer que :

$$\exists a, b \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, \frac{x^3}{x^2+2x+2} = x - 2 + \frac{ax+b}{x^2+2x+2}.$$

En déduire les primitives de la fonction suivante :

$$x \mapsto \frac{x^3}{x^2+2x+2}.$$