PCSI 1

Programme de colles

2025/2026

Semaine 25 du 13 avril au 17 avril

Cours :

- **Chapitre 19 : Applications linéaires**
  - I Généralités
  - II Endomorphismes
  - III Applications linéaires en dimension finie
  - IV Théorème du rang
  - V Formes linéaires et hyperplans en dimension finie
  - VI Equations linéaires
- **Chapitre 20 : Matrices et applications linéaires**
  - I Matrice d'une application linéaire dans des bases
  - II Application linéaire canoniquement associée à une matrice, rang d'une matrice
  - III Changements de bases
  - IV Systèmes linéaires

Questions de cours et exercices type :

$\mathbf{Q_1}$: Isomorphisme entre $\mathcal{L}(E,F)$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ *(ch20, proposition 2)*

$\mathbf{Q_2}$: Matrice d'une composée *(ch20, proposition 5)*

$\mathbf{Q_3}$: Résultats sur les matrices de passage *(ch20, proposition 17)*

$\mathbf{T_1}$: *Ch20, exemple 10*

On pose $v_1 = (1,0,0)$, $v_2 = (1,1,0)$, $v_3 = (1,2,3)$, $F = \mathrm{Vect}(v_1, v_2), G = \mathrm{Vect}(v_3)$. On pose $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$. $\mathcal{B}$ est une base de $\mathbb{R}^3$.
Soit s la symétrie par rapport à F parallèlement à G. Déterminer $\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(s)$.
En déduire la matrice de s dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$.

$\mathbf{T_2}$: *Ch20, exemple 12*

Soit A la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Montrer que A est semblable à une matrice diagonale.

Semaine 25 du 13 avril au 17 avril

Cours :

- **Chapitre 19 : Applications linéaires**
  - I Généralités
  - II Endomorphismes
  - III Applications linéaires en dimension finie
  - IV Théorème du rang
  - V Formes linéaires et hyperplans en dimension finie
  - VI Equations linéaires
- **Chapitre 20 : Matrices et applications linéaires**
  - I Matrice d'une application linéaire dans des bases
  - II Application linéaire canoniquement associée à une matrice, rang d'une matrice
  - III Changements de bases
  - IV Systèmes linéaires

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Isomorphisme entre $\mathcal{L}(E,F)$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ *(ch20, proposition 2)*

Q_2 : Matrice d'une composée *(ch20, proposition 5)*

Q_3 : Résultats sur les matrices de passage *(ch20, proposition 17)*

T_1 : *Ch20, exemple 10*

On pose $v_1 = (1,0,0)$, $v_2 = (1,1,0)$, $v_3 = (1,2,3)$, $F = \mathrm{Vect}(v_1, v_2), G = \mathrm{Vect}(v_3)$. On pose $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$. $\mathcal{B}$ est une base de $\mathbb{R}^3$.
Soit s la symétrie par rapport à F parallèlement à G. Déterminer $\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(s)$.
En déduire la matrice de s dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$.

T_2 : *Ch20, exemple 12*

Soit A la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Montrer que A est semblable à une matrice diagonale.