PCSI 1 | **Programme de colles** | 2025/2026

Semaine 21 du 16 mars au 20 mars

Cours :

- **Chapitre 17 : Espaces vectoriels**
  - I Espaces vectoriels et sous-espaces vectoriels
  - II Familles finies de vecteurs
  - III Espaces vectoriels de dimension finie
  - IV Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : $\mathrm{Vect}(\mathcal{F}) = \left\{ \sum_{k=1}^{n} \lambda_k x_k,\ \lambda_1, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K} \right\}$ *(ch17, proposition 9)*

Q_2 : Caractérisation des bases *(ch17, théorème 2)*

Q_3 : En dimension n, $\mathrm{rg}(e_1, \dots, e_p) \leq \min(n, p)$ et $\mathrm{rg}(e_1, \dots, e_p) = p$ ssi $(e_1, \dots, e_p)$ est libre *(ch17, proposition 28)*

Q_4 : Formule de Grassmann *(ch17, proposition 28)*

T_1 : *Ch17, exemple 3, troisième point*
Posons $E = \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, $F = \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}),\ f(0) = 0\}$ et $G = \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}),\ \exists \lambda \in \mathbb{R},\ f = \lambda\}$.
Montrer que :

$$E = F \oplus G.$$

PCSI 1 **Programme de colles** 2025/2026

Semaine 21 du 16 mars au 20 mars

Cours :

- **Chapitre 17 : Espaces vectoriels**
  - I Espaces vectoriels et sous-espaces vectoriels
  - II Familles finies de vecteurs
  - III Espaces vectoriels de dimension finie
  - IV Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : $\mathrm{Vect}(\mathcal{F}) = \left\{ \sum_{k=1}^{n} \lambda_k x_k,\ \lambda_1, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K} \right\}$ *(ch17, proposition 9)*

Q_2 : Caractérisation des bases *(ch17, théorème 2)*

Q_3 : En dimension n, $\mathrm{rg}(e_1, \ldots, e_p) \leq \min(n, p)$ et $\mathrm{rg}(e_1, \ldots, e_p) = p$ ssi $(e_1, \ldots, e_p)$ est libre *(ch17, proposition 28)*

Q_4 : Formule de Grassmann *(ch17, proposition 28)*

T_1 : *Ch17, exemple 3, troisième point*
Posons $E = \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, $F = \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}),\ f(0) = 0\}$ et $G = \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}),\ \exists \lambda \in \mathbb{R},\ f = \lambda\}$.
Montrer que :

$$E = F \oplus G.$$