PCSI 1 **Programme de colles** 2025/2026

Semaine 19 du 16 février au 20 février

Cours :

- **Chapitre 16 : Analyse asymptotique**
  - I Relations de comparaison : cas des fonctions
  - II Développements limités
  - III Applications des développements limités
  - IV Relations de comparaison : cas des suites
  - V Problèmes d'analyse asymptotique

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Primitivation d'un développement limité *(ch16, proposition 22)*

Q_2 : Formule de Taylor-Young *(ch16, proposition 19)*

T_1 : *Ch16, exemple 6*

Calculer le développement limité des fonctions suivantes :

(a) $f : x \mapsto (\ln(1+x))^2$ à l'ordre 4 au voisinage de 0,

(b) $f : x \mapsto ((\operatorname{ch} x - \cos x)(\operatorname{sh} x - \sin x))^2$ à l'ordre 11 au voisinage de 0.

T_2 : *Ch16, exemple 8*

Calculer le développement limité des fonctions suivantes :

(a) $f : x \mapsto \dfrac{\cos x}{1+\sin x}$ à l'ordre 3 au voisinage de 0,

(b) $f : x \mapsto \dfrac{x^2}{\operatorname{sh}^2 x}$ à l'ordre 3 au voisinage de 0,

(c) $f : x \mapsto \dfrac{e^x - 1 - x}{\ln(1+x)}$ à l'ordre 2 au voisinage de 0.

T_3 : *Ch16, exemple 20*

(a) Soit $n \in \mathbb{N}$, montrer que l'équation $x + \sqrt[3]{x} = n$ admet une unique solution $x_n \in \mathbb{R}$.

(b) Montrer que : $x_n = n + o(n)$.

(c) En déduire : $x_n = n - \sqrt[3]{n} + o(\sqrt[3]{n})$.

(d) En déduire : $x_n = n - \sqrt[3]{n} + \frac{1}{3\sqrt[3]{n}} + o(+\frac{1}{\sqrt[3]{n}})$.

PCSI 1 **Programme de colles** 2025/2026

Semaine 19 du 16 février au 20 février

Cours :

- **Chapitre 16 : Analyse asymptotique**
  - I Relations de comparaison : cas des fonctions
  - II Développements limités
  - III Applications des développements limités
  - IV Relations de comparaison : cas des suites
  - V Problèmes d'analyse asymptotique

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Primitivation d'un développement limité *(ch16, proposition 22)*

Q_2 : Formule de Taylor-Young *(ch16, proposition 19)*

T_1 : *Ch16, exemple 6*

Calculer le développement limité des fonctions suivantes :

(a) $f : x \mapsto (\ln(1+x))^2$ à l'ordre 4 au voisinage de 0,

(b) $f : x \mapsto ((\operatorname{ch} x - \cos x)(\operatorname{sh} x - \sin x))^2$ à l'ordre 11 au voisinage de 0.

T_2 : *Ch16, exemple 8*

Calculer le développement limité des fonctions suivantes :

(a) $f : x \mapsto \dfrac{\cos x}{1+\sin x}$ à l'ordre 3 au voisinage de 0,

(b) $f : x \mapsto \dfrac{x^2}{\operatorname{sh}^2 x}$ à l'ordre 3 au voisinage de 0,

(c) $f : x \mapsto \dfrac{e^x - 1 - x}{\ln(1+x)}$ à l'ordre 2 au voisinage de 0.

T_3 : *Ch16, exemple 20*

(a) Soit $n \in \mathbb{N}$, montrer que l'équation $x + \sqrt[3]{x} = n$ admet une unique solution $x_n \in \mathbb{R}$.

(b) Montrer que : $x_n = n + o(n)$.

(c) En déduire : $x_n = n - \sqrt[3]{n} + o(\sqrt[3]{n})$.

(d) En déduire : $x_n = n - \sqrt[3]{n} + \frac{1}{3\sqrt[3]{n}} + o(+\frac{1}{\sqrt[3]{n}})$.