PCSI 1 — 2024/2025

Programme de colles

Semaine 21 du 17 mars au 21 mars

Cours :

- **Chapitre 16 : Analyse asymptotique**
  - I Relations de comparaison : cas des fonctions
  - II Développements limités
  - III Applications des développements limités
  - IV Relations de comparaison : cas des suites
  - V Problèmes d'analyse asymptotique
- **Chapitre 17 : Espaces vectoriels**
  - I Espaces vectoriels et sous-espaces vectoriels
  - II Familles finies de vecteurs

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Vect $(\mathcal{F})$ est l'ensemble des combinaisons linéaires de $\mathcal{F}$ *(ch 17, proposition 9)*

Q_2 : Si $(x_1,\dots,x_n)$ est libre et $(x,x_1,\dots,x_n)$ est liée alors x se décompose de façon unique comme combinaison linéaire de $(x_1,\dots,x_n)$ *(ch 17, théorème 1)*

Q_3 : Caractérisation des bases *(ch 17, théorème 2)*

T_1 : *Ch 16, exemple 18*
Montrer que sh est bijective de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ et déterminer le développement limité de sh^{-1} en 0 à l'ordre 4.

T_2 : *Ch 16, exemple 20*

(a) Soit $n \in \mathbb{N}$, montrer que l'équation $x + \sqrt[3]{x} = n$ admet une unique solution $x_n \in \mathbb{R}$.

(b) Montrer que : $x_n = n + o(n)$.

(c) En déduire : $x_n = n - \sqrt[3]{n} + o(\sqrt[3]{n})$.

(d) En déduire : $x_n = n - \sqrt[3]{n} + \frac{1}{3\sqrt[3]{n}} + o(+\frac{1}{\sqrt[3]{n}})$.

PCSI 1 **Programme de colles** 2024/2025

Semaine 21 du 17 mars au 21 mars

Cours :

- **Chapitre 16 : Analyse asymptotique**
  - I Relations de comparaison : cas des fonctions
  - II Développements limités
  - III Applications des développements limités
  - IV Relations de comparaison : cas des suites
  - V Problèmes d'analyse asymptotique
- **Chapitre 17 : Espaces vectoriels**
  - I Espaces vectoriels et sous-espaces vectoriels
  - II Familles finies de vecteurs

Questions de cours et exercices type :

$\mathbf{Q_1}$: Vect$(\mathcal{F})$ est l'ensemble des combinaisons linéaires de $\mathcal{F}$ *(ch 17, proposition 9)*

$\mathbf{Q_2}$: Si $(x_1,\dots,x_n)$ est libre et $(x,x_1,\dots,x_n)$ est liée alors x se décompose de façon unique comme combinaison linéaire de $(x_1,\dots,x_n)$ *(ch 17, théorème 1)*

$\mathbf{Q_3}$: Caractérisation des bases *(ch 17, théorème 2)*

$\mathbf{T_1}$: *Ch 16, exemple 18*
Montrer que sh est bijective de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ et déterminer le développement limité de sh^{-1} en 0 à l'ordre 4.

$\mathbf{T_2}$: *Ch 16, exemple 20*

(a) Soit $n \in \mathbb{N}$, montrer que l'équation $x + \sqrt[3]{x} = n$ admet une unique solution $x_n \in \mathbb{R}$.

(b) Montrer que : $x_n = n + o(n)$.

(c) En déduire : $x_n = n - \sqrt[3]{n} + o(\sqrt[3]{n})$.

(d) En déduire : $x_n = n - \sqrt[3]{n} + \frac{1}{3\sqrt[3]{n}} + o(+\frac{1}{\sqrt[3]{n}})$.