

Cours :**• Chapitre 23 : Espérance et variance**

- I Espérance
- II Variance, écart type, covariance
- III Inégalités probabilistes

• Chapitre 24 : Déterminants

- I Déterminant d'une matrice carrée
- II Déterminant d'un endomorphisme
- III Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base

• Chapitre 25 : Espaces préhilbertiens

- I Produit scalaire
- II Norme associée à un produit scalaire
- III Orthogonalité
- IV Bases orthonormées d'un espace euclidien

Questions de cours et exercices type :

Q₁ : Inégalité de Cauchy-Schwarz et cas d'égalité (*ch 25, proposition 4*)

Q₂ : Théorème de Pythagore et liberté d'une famille orthogonale de vecteurs non nuls (*ch 25, théorème 1 et proposition 6*)

Q₃ : F et $F^\perp$ sont supplémentaires (*ch 25, proposition 12*)

T₁ : *Ch 23, exemple 8*

A un péage autoroutier n voitures franchissent au hasard et indépendamment l'une des trois barrières de péage mises à leur disposition. On note X_1 (resp. X_2 , X_3) les variables aléatoires donnant le nombre de voitures ayant franchi la barrière 1 (resp. 2, 3).

- (a) Déterminer la loi de X_1 .
- (b) Calculer les variances de X_1 , X_2 et de $X_1 + X_2$.
- (c) En déduire la covariance de X_1 et X_2 .

T₂ : *Ch 24, exemple 8*

Soient $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{K}$. Montrer que :

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i).$$

Ce déterminant est appelé déterminant de Vandermonde.

Cours :• **Chapitre 23 : Espérance et variance**

- I Espérance
- II Variance, écart type, covariance
- III Inégalités probabilistes

• **Chapitre 24 : Déterminants**

- I Déterminant d'une matrice carrée
- II Déterminant d'un endomorphisme
- III Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base

• **Chapitre 25 : Espaces préhilbertiens**

- I Produit scalaire
- II Norme associée à un produit scalaire
- III Orthogonalité
- IV Bases orthonormées d'un espace euclidien

Questions de cours et exercices type :

Q₁ : Inégalité de Cauchy-Schwarz et cas d'égalité (*ch 25, proposition 4*)

Q₂ : Théorème de Pythagore et liberté d'une famille orthogonale de vecteurs non nuls (*ch 25, théorème 1 et proposition 6*)

Q₃ : F et $F^\perp$ sont supplémentaires (*ch 25, proposition 12*)

T₁ : *Ch 23, exemple 8*

A un péage autoroutier n voitures franchissent au hasard et indépendamment l'une des trois barrières de péage mises à leur disposition. On note X_1 (resp. X_2 , X_3) les variables aléatoires donnant le nombre de voitures ayant franchi la barrière 1 (resp. 2, 3).

- (a) Déterminer la loi de X_1 .
- (b) Calculer les variances de X_1 , X_2 et de $X_1 + X_2$.
- (c) En déduire la covariance de X_1 et X_2 .

T₂ : *Ch 24, exemple 8*

Soient $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{K}$. Montrer que :

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i).$$

Ce déterminant est appelé déterminant de Vandermonde.