Indications du chapitre 5 : Inégalités

I Inégalités dans $\mathbb{R}$

Exercice 1 : ($\star$)
Simplifier $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-2$.

Exercice 2 :
Etudier le domaine de définition de l'inéquation, mettre une racine carrée dans chaque membre puis élever au carré.
Solution : L'ensemble des solutions est $[4,+\infty[$.

II Valeur absolue

Exercice 3 : ($\star$)

1. Utiliser $|a|=|b| \Longleftrightarrow a=\pm b$.
   Solution : L'ensemble des solutions est $\{3,\frac{5}{3}\}$.
2. Utiliser $|x|\leq a \Longleftrightarrow -a\leq x\leq a$ et faire un tableau de signe.
   Solution : L'ensemble des solutions est $]-\infty,-7]\cup[-\frac{5}{3},+\infty[$.

Exercice 4 : ($\star$)
Raisonner par disjonction de cas.
Solution : $\left\{-\frac{3}{4},\frac{3}{2}\right\}$

Exercice 5 : ($\star\star$)
Faire apparaître des identités remarquables et des valeurs absolues.
Solution : $[4,9]$

Exercice 6 : ($\star$)
Elever au carré l'inégalité à prouver.

Exercice 7 : ($\star\star$)

1. Elever au carré les quantités à comparer.
2. Utiliser l'inégalité triangulaire et la première question.

Exercice 8 : ($\star\star$)
Remarquer que $x=\dfrac{(x+y)+(x-y)}{2}$ et $y=\dfrac{(x+y)-(x-y)}{2}$.
Remarquer que $xy-1=(1-x)(1-y)+(x-1)+(y-1)$.

III Majorations, minorations

Exercice 9 :
Ecrire la négation de f est majorée.

IV Partie entière

Exercice 10 : L'équation est équivalente à $2\leq\sqrt{x^2+1}<3$.
Solution : $]-2\sqrt{2},-\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3},2\sqrt{2}[$

Exercice 11 : ($\star$)
Raisonner par analyse-synthèse.
Pour la partie analyse, chercher à encadrer x.
Solution : $[0,1[\cup[2,6[$

Exercice 12 : ($\star$)
Faire différents cas selon la position de x par rapport $\lfloor x\rfloor+\frac{1}{2}$ et de y par rapport à $\lfloor y\rfloor+\frac{1}{2}$.